第40講　解の個数

40　次の各問いに答えよ．ただし，k は実数定数とする．

(1)　方程式 $(x^2+2x)^2-2(x^2+2x)-k=0$ の異なる実数解の個数を求めよ．

(2)　方程式 $\cos^2\theta+\sin\theta-k=0$ の異なる実数解の個数を $0\leqq\theta<\dfrac{3}{2}\pi$ の場合において求めよ．

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第40講　解の個数

40　$0 \leqq x \leqq \pi$ のとき，x の方程式

$$\left|\frac{13}{4} - 6\sin x - 2\cos 2x\right| = k$$

の解の個数を調べよ．ただし，k は実数定数とする．

【選択肢】

㋐
$$\begin{cases} 0 & \left(k<0,\ k>\dfrac{5}{4} \text{ のとき}\right) \\ 2 & \left(k=0,\ 1 \leqq k \leqq \dfrac{5}{4} \text{ のとき}\right) \\ 4 & \left(0<k<\dfrac{3}{4} \text{ のとき}\right) \\ 5 & \left(k=\dfrac{3}{4} \text{ のとき}\right) \\ 6 & \left(\dfrac{3}{4}<k<1 \text{ のとき}\right) \end{cases}$$

㋑
$$\begin{cases} 0 & \left(k<0,\ k>\dfrac{5}{4} \text{ のとき}\right) \\ 2 & \left(k=0,\ 1<k \leqq \dfrac{5}{4} \text{ のとき}\right) \\ 4 & \left(0<k<\dfrac{3}{4},\ k=1 \text{ のとき}\right) \\ 5 & \left(k=\dfrac{3}{4} \text{ のとき}\right) \\ 6 & \left(\dfrac{3}{4}<k<1 \text{ のとき}\right) \end{cases}$$

㋒
$$\begin{cases} 0 & \left(k \leqq 0,\ k>\dfrac{5}{4} \text{ のとき}\right) \\ 2 & \left(1 \leqq k \leqq \dfrac{5}{4} \text{ のとき}\right) \\ 4 & \left(0<k<\dfrac{3}{4} \text{ のとき}\right) \\ 5 & \left(k=\dfrac{3}{4} \text{ のとき}\right) \\ 6 & \left(\dfrac{3}{4}<k<1 \text{ のとき}\right) \end{cases}$$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第40講　解の個数

40　次の各問いに答えよ．ただし，k は実数定数とする．

(1)　方程式 $(x^2+2x)^2-2(x^2+2x)-k=0$ の異なる実数解の個数を求めよ．

(2)　方程式 $\cos^2\theta+\sin\theta-k=0$ の異なる実数解の個数を $0\leqq\theta<\frac{3}{2}\pi$ の場合において求めよ．

【答】 (1) $\begin{cases} 0 & (k<-1 \text{ のとき}) \\ 2 & (k=-1,\ k>3 \text{ のとき}) \\ 3 & (k=3 \text{ のとき}) \\ 4 & (-1<k<3 \text{ のとき}) \end{cases}$　(2) $\begin{cases} 0 & \left(k\leqq-1,\ k>\frac{5}{4} \text{ のとき}\right) \\ 1 & (-1<k<1 \text{ のとき}) \\ 2 & \left(k=\frac{5}{4} \text{ のとき}\right) \\ 3 & (k=1 \text{ のとき}) \\ 4 & \left(1<k<\frac{5}{4} \text{ のとき}\right) \end{cases}$

【解答】

(1)　$x^2+2x=t$ とおくと $t=(x+1)^2-1$ より，t の値に対する x の異なる実数解の個数は

$$\begin{cases} 0 & (t<-1 \text{ のとき}) \\ 1 & (t=-1 \text{ のとき}) \\ 2 & (t>-1 \text{ のとき}) \end{cases}$$

となり，$t^2-2t-k=0$ より $k=(t-1)^2-1$

ここで $u=k$ と $u=(t-1)^2-1$ のグラフの共有点の t 座標を考えると，求める実数解の個数は

$$\begin{cases} \mathbf{0} & (\boldsymbol{k<-1} \textbf{ のとき}) \\ \mathbf{2} & (\boldsymbol{k=-1,\ k>3} \textbf{ のとき}) \\ \mathbf{3} & (\boldsymbol{k=3} \textbf{ のとき}) \\ \mathbf{4} & (\boldsymbol{-1<k<3} \textbf{ のとき}) \end{cases}$$

(2)　$\sin\theta=t$ とおくと，$0\leqq\theta<\frac{3}{2}\pi$ より t の値に対する θ の異なる実数解の個数は

$$\begin{cases} 0 & (t\leqq-1,\ t>1 \text{ のとき}) \\ 1 & (-1<t<0,\ t=1 \text{ のとき}) \\ 2 & (0\leqq t<1 \text{ のとき}) \end{cases}$$

となる．

このとき与式は $-t^2+t+1=k$ より $k=-\left(t-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{5}{4}$

ここで $u=k$ と $u=-\left(t-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{5}{4}$ のグラフの共有点の t 座標を考えると，求める実数解の個数は

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

$$\begin{cases} 0 & \left(k \leqq -1,\ k > \dfrac{5}{4} \text{ のとき}\right) \\ 1 & (-1 < k < 1 \text{ のとき}) \\ 2 & \left(k = \dfrac{5}{4} \text{ のとき}\right) \\ 3 & (k = 1 \text{ のとき}) \\ 4 & \left(1 < k < \dfrac{5}{4} \text{ のとき}\right) \end{cases}$$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 40 講　解の個数

40　$0 \leqq x \leqq \pi$ のとき，x の方程式

$$\left|\frac{13}{4}-6\sin x-2\cos 2x\right|=k$$

の解の個数を調べよ．ただし，k は実数定数とする．

【選択肢】

㋐ $\begin{cases} 0 & \left(k<0,\ k>\dfrac{5}{4} \text{ のとき}\right) \\ 2 & \left(k=0,\ 1\leqq k\leqq\dfrac{5}{4} \text{ のとき}\right) \\ 4 & \left(0<k<\dfrac{3}{4} \text{ のとき}\right) \\ 5 & \left(k=\dfrac{3}{4} \text{ のとき}\right) \\ 6 & \left(\dfrac{3}{4}<k<1 \text{ のとき}\right) \end{cases}$

㋑ $\begin{cases} 0 & \left(k<0,\ k>\dfrac{5}{4} \text{ のとき}\right) \\ 2 & \left(k=0,\ 1<k\leqq\dfrac{5}{4} \text{ のとき}\right) \\ 4 & \left(0<k<\dfrac{3}{4},\ k=1 \text{ のとき}\right) \\ 5 & \left(k=\dfrac{3}{4} \text{ のとき}\right) \\ 6 & \left(\dfrac{3}{4}<k<1 \text{ のとき}\right) \end{cases}$

㋒ $\begin{cases} 0 & \left(k\leqq 0,\ k>\dfrac{5}{4} \text{ のとき}\right) \\ 2 & \left(1\leqq k\leqq\dfrac{5}{4} \text{ のとき}\right) \\ 4 & \left(0<k<\dfrac{3}{4} \text{ のとき}\right) \\ 5 & \left(k=\dfrac{3}{4} \text{ のとき}\right) \\ 6 & \left(\dfrac{3}{4}<k<1 \text{ のとき}\right) \end{cases}$

【答】 ㋑

【解答】

$\sin x=t$ とおくと，$0\leqq x\leqq\pi$ より t の値に対する x の異なる実数解の個数は

$$\begin{cases} 0 & (t<0,\ t>1) \\ 1 & (t=1) \\ 2 & (0\leqq t<1) \end{cases}$$

となる．

ここで

$$\begin{aligned}\frac{13}{4}-6\sin x-2\cos 2x&=\frac{13}{4}-6\sin x-2(1-2\sin^2 x)\\&=4\sin^2 x-6\sin x+\frac{5}{4}\\&=4\left(\sin x-\frac{3}{4}\right)^2-1\end{aligned}$$

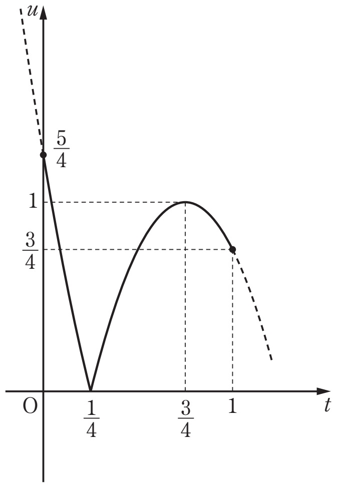
ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

$$=4\left(t-\frac{3}{4}\right)^2-1$$

より，与式は $\left|4\left(t-\frac{3}{4}\right)^2-1\right|=k$ となるので，$u=\left|4\left(t-\frac{3}{4}\right)^2-1\right|$ と $u=k$ のグラフの共有点の t 座標を考えると，求める実数解の個数は

$$\begin{cases} \mathbf{0} & \left(k<0,\ k>\frac{5}{4}\text{ のとき}\right) \\ \mathbf{2} & \left(k=0,\ 1<k\leqq\frac{5}{4}\text{ のとき}\right) \\ \mathbf{4} & \left(0<k<\frac{3}{4},\ k=1\text{ のとき}\right) \\ \mathbf{5} & \left(k=\frac{3}{4}\text{ のとき}\right) \\ \mathbf{6} & \left(\frac{3}{4}<k<1\text{ のとき}\right) \end{cases}$$



ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。